

6. Увеличение надежности турбокомпрессоров автотракторной техники применением гидроаккумулятора / А.М. Плаксин, А.В. Гриценко, А.Ю. Бурцев [и др.] // Вестник КрасГАУ. – 2014. – № 8. – С. 176–180.
7. Гриценко А.В. Разработка методов тестового диагностирования работоспособности систем питания и смазки двигателей внутреннего сгорания (экспериментальная и производственная реализация на примере ДВС автомобилей): дис. ... д-ра техн. наук. – Челябинск, 2014. – 397 с.
8. Результаты экспериментальных исследований времени выбега ротора турбокомпрессора ТКР-11 / А.М. Плаксин, А.В. Гриценко, А.Ю. Бурцев [и др.] // Вестник ЧГАА. – 2014. – Т. 70. – С. 130–135.



УДК 621.333.2.001.57

А.Ю. Прудников, В.В. Боннет, А.Ю. Логинов

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ С ЭКСЦЕНТРИСИТЕТОМ РОТОРА

В статье приведено математическое описание асинхронного электродвигателя при эксцентриситете ротора, составлена система уравнений относительно токов и потокоцеплений обмоток.

Ключевые слова: асинхронный электродвигатель, эксцентриситет, математическая модель.

A.Yu. Prudnikov, V.V. Bonnet, A.Yu. Loginov

THE MATHEMATICAL MODEL OF THE INDUCTION MOTOR WITH THE ROTOR ECCENTRICITY

The article presents the mathematical description of the induction motor in the rotor eccentricity, the system of equations for the currents and winding flux linkages is composed.

Key words: induction motor, eccentricity, mathematical model.

Введение. Асинхронный двигатель получил широкое распространение в сельском хозяйстве. От надежности этого элемента в большой степени зависит функционирование всего технологического процесса. В ходе исследований было установлено, что 40 % повреждений асинхронного двигателя возникает по причине неисправности подшипника [1]. Поэтому существует необходимость корректировки математической модели АД с учетом эксцентриситета ротора для выявления диагностических взаимосвязей.

Определение связей между диагностируемым дефектом и диагностическим признаком может быть осуществлено экспериментально или на основе математической модели, которая позволит определить эту связь теоретически. Следует учитывать, что математическая модель не может отражать все факторы, характеризующие реальный объект, и поэтому полного соответствия с экспериментом получить не представляется возможным. К достоинству математической модели относится то, что у объекта можно создавать дефекты и изменять степень их проявления. При этом продолжительность расчетов модели занимает значительно меньше времени, чем проведение эксперимента.

Простейшая модель асинхронного двигателя имеет вид двухфазного электромеханического преобразователя с двумя обмотками на статоре и роторе, сдвинутыми относительно друг друга по фазе на 90° (рис. 1) [2, 3].

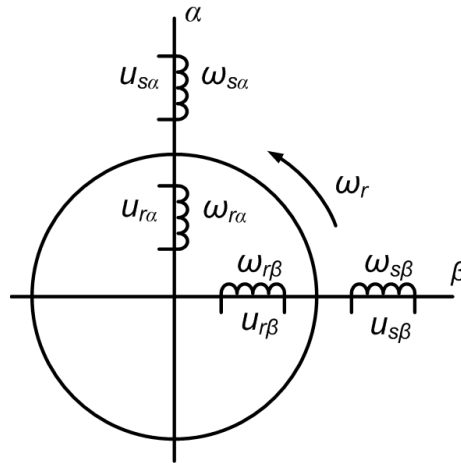


Рис. 1. Модель обобщенной электрической машины

Здесь ω_{ra} , $\omega_{r\beta}$, ω_{sa} , $\omega_{s\beta}$ – число витков обмоток ротора и статора по осям α и β соответственно; u_{ra} , $u_{r\beta}$, u_{sa} , $u_{s\beta}$ – напряжения в обмотках ротора и статора по осям α и β соответственно; ω_r – угловая скорость ротора.

Для описания модели обобщенной электрической машины справедливы уравнения [2]:

– напряжения

$$\begin{bmatrix} u_{sa} \\ u_{ra} \\ u_{r\beta} \\ u_{s\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{sa} + \frac{d}{dt}L_{sa} & \frac{d}{dt}M & 0 & 0 \\ \frac{d}{dt}M & r_{sa} + \frac{d}{dt}L_{ra} & L_{r\beta}\omega_r & M\omega_r \\ -M\omega_r & -L_{ra}\omega_r & r_{r\beta} + \frac{d}{dt}L_{r\beta} & \frac{d}{dt}M \\ 0 & 0 & \frac{d}{dt}M & r_{s\beta} + \frac{d}{dt}L_{s\beta} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{ra} \\ i_{r\beta} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix}; \quad (1)$$

– электромагнитного момента

$$M_3 = M(i_{s\beta}i_{ra} - i_{sa}i_{r\beta}); \quad (2)$$

– движения

$$J \frac{d\omega_r}{dt} \pm M_c = M_3, \quad (3)$$

где i_{ra} , $i_{r\beta}$, i_{sa} , $i_{s\beta}$ – токи в обмотках ротора и статора по осям α и β соответственно; r_{ra} , $r_{r\beta}$, r_{sa} , $r_{s\beta}$ – активные сопротивления обмоток ротора и статора; M – взаимная индуктивность; L_{ra} , $L_{r\beta}$, L_{sa} , $L_{s\beta}$ – полные индуктивности обмоток ротора и статора по осям α и β ; ω_r – угловая скорость ротора; M_3 – электромагнитный момент; M_c – момент сопротивления на валу машины.

Взаимная индуктивность между обмотками ротора и статора описывается выражением

$$M = \omega_s k_s \omega_r k_r \tau l_a \lambda(\theta), \quad (4)$$

где ω_s , ω_r – число витков обмоток статора и ротора соответственно; k_s , k_r – обмоточный коэффициент статора и ротора соответственно; τ – полюсное деление; l_a – длина пакета активной части ста-

тора; $\lambda(\theta)$ – удельная магнитная проводимость воздушного зазора, зависящая от угла поворота ротора θ .

Для моделирования удобно уравнение (1) преобразовать и записать относительно потокосцеплений и токов:

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi_{sa}}{dt} &= u_{sa} - R_s i_{sa}; \quad \frac{d\Psi_{s\beta}}{dt} = u_{s\beta} - R_s i_{s\beta}; \\ \frac{d\Psi_{ra}}{dt} &= \omega_r \Psi_{ra} - R_r i_{r\beta}; \quad \frac{d\Psi_{r\beta}}{dt} = \omega_r \Psi_{r\beta} - R_r i_{r\alpha}; \\ i_{sa} &= \frac{L_r \Psi_{ra}}{(L_s L_r - M^2)}; \quad i_{s\beta} = \frac{L_r \Psi_{s\beta}}{(L_s L_r - M^2)} - M \Psi_{sa} (L_s L_r - M^2); \\ i_{ra} &= \frac{M \Psi_{ra}}{(L_s L_r - M^2)} - M \Psi_{sa} (L_s L_r - M^2); \quad i_{r\beta} = \frac{M \Psi_{r\beta}}{(L_s L_r - M^2)} - M \Psi_{s\beta} (L_s L_r - M^2); \\ M_g &= (mp/2)(M/L_r)(i_{s\beta} \Psi_{ra} - i_{ra} \Psi_{r\beta}); \quad \frac{d\omega_r}{dt} = \frac{p}{J(M_g - M_c)}, \end{aligned} \quad (5)$$

где $\Psi_{ra}, \Psi_{r\beta}, \Psi_{sa}, \Psi_{s\beta}$ – потокосцепления обмоток ротора и статора по осям α и β ; $R_s = r_{sa} = r_{s\beta}$; $R_r = r_{ra} = r_{r\beta}$; p – число пар полюсов; L_r, L_s – индуктивности рассеяния ротора и статора соответственно; m – число фаз.

Для математического моделирования электродвигателя с эксцентриситетом ротора необходимо учесть зависимость воздушного зазора δ от угла поворота ротора при смещении его оси на расстояние d от оси статора, определяемую выражением

$$\delta(\theta) = R - r + d \cos(\theta) = \delta_m + d \cos(\theta), \quad (6)$$

где R, r – радиусы расточки статора и ротора соответственно; δ_m – номинальный воздушный зазор между ротором и статором; d – смещение осей ротора и статора вследствие эксцентриситета; θ – угол текущего положения ротора (рис. 2).

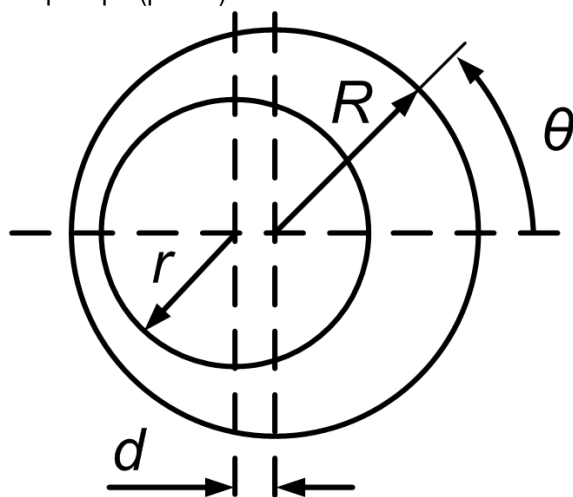


Рис. 2. Эксцентриситет ротора асинхронного двигателя

Циклическое изменение индуктивностей вызывает циклическое изменение сопротивлений обмоток ротора и статора. Вследствие изменения этих сопротивлений появляются пульсации тока статора на частоте $f_{\text{экс}}$, определяемой выражением

$$f_{\text{экс}} = f_{\text{сети}} \left(1 \pm \frac{1-s}{p} \right), \quad (7)$$

где $f_{\text{сети}}$ – частота напряжения питающей сети; s – скольжение ротора.

При эксцентриситете ротора меняется удельная магнитная проводимость зазора

$$\lambda(\theta) = \frac{\mu_0}{k_\delta \delta_m (1 + \varepsilon \cos(\theta))}, \quad (8)$$

где μ_0 – магнитная постоянная; k_δ – коэффициент Картера; $\varepsilon = d/\delta_m$ – относительный эксцентриситет.

С учетом выражения (8) взаимная индуктивность при эксцентриситете ротора определяется выражением

$$M_m(\theta) = \omega_s k_s \omega_r k_r \tau l_a \frac{\mu_0}{k_\delta \delta_m (1 + \varepsilon \cos(\theta))}. \quad (9)$$

С учетом выражения (9) система уравнений (5) примет вид:

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi_{sa}}{dt} &= u_{sa} - R_s i_{sa}; \quad \frac{d\Psi_{s\beta}}{dt} = u_{s\beta} - R_s i_{s\beta}; \\ \frac{d\Psi_{ra}}{dt} &= \omega_r \Psi_{ra} - R_r i_{r\beta}; \quad \frac{d\Psi_{r\beta}}{dt} = \omega_r \Psi_{r\beta} - R_r i_{r\alpha}; \\ i_{sa} &= \frac{L_r \Psi_{ra}}{(L_s L_r - M_m^2(\theta))}; \\ i_{s\beta} &= \frac{L_r \Psi_{s\beta}}{(L_s L_r - M_m^2(\theta))} - M_m(\theta) \Psi_{sa} (L_s L_r - M_m^2(\theta)); \\ i_{ra} &= \frac{M_m(\theta) \Psi_{ra}}{(L_s L_r - M_m^2(\theta))} - M_m(\theta) \Psi_{sa} (L_s L_r - M_m^2(\theta)); \\ i_{r\beta} &= \frac{M_m(\theta) \Psi_{r\beta}}{(L_s L_r - M_m^2(\theta))} - M_m(\theta) \Psi_{s\beta} (L_s L_r - M_m^2(\theta)); \\ M_3 &= (mp/2)(M_m(\theta)/L_r)(i_{s\beta} \Psi_{ra} - i_{ra} \Psi_{r\beta}); \quad \frac{d\omega_r}{dt} = \frac{p}{J(M_3 - M_c)}. \end{aligned} \quad (10)$$

Выводы. Полученные математические выражения позволяют смоделировать работу асинхронного двигателя при различных значениях эксцентриситета ротора. В результате расчетов можно получить функциональные зависимости угловой скорости вращения ротора, тока статора и момента на валу в функции времени $\omega_r(t)$, $i(t)$, $M_3(t)$.

Литература

1. Петухов В.С. Диагностика состояния электродвигателей на основе спектрального анализа потребляемого тока // Новости электротехники. – 2005. – № 1(31). – С. 23–26.
2. Копылов И.П. Математическое моделирование асинхронных машин: учеб. для вузов. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 2001. – 327 с.
3. Копылов И.П. Электрические машины: учеб. для вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., Логос, 2000. – 607 с.

