

## Литература

1. Неруш Ю.М. Логистика: учеб. для вузов. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2003. – 495 с.
2. Ельдештейн Ю.М. Логистика с иллюстрациями: учеб. пособие. – Красноярск: Изд-во КрасГАУ, 2010. – 272 с.
3. Ельдештейн Ю.М., Шапорова З.Е. Алгоритм составления кольцевых маршрутов. Критика алгоритма Свира // Логистика – Евразийский мост: мат-лы VIII Междунар. науч.-практ. конф. – Красноярск, 2013. – Ч. 1. – С. 139–143.
4. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2014611461. «Оптимизация составления плана перевозок» / Ю.М. Ельдештейн, М.С. Зырянов, Д.О. Браак; заявитель и патенто-обладатель СибГТУ. – Заявка №2013661281; заявл. 05.12.2013; зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 03.02.2014.
5. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2014611897 «Оптимизация составления кольцевых маршрутов на базе улучшенного алгоритма Свира» / Ю.М. Ельдештейн, А.В. Мартынов. – Заявка №2013662391; заявл. 27.12.2013; зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 13.02.2014.



УДК 630.370

В.Ф. Полетаikin, С.Ю. Гуськов

### МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ РАБОТЫ ПЕРЕКИДНОГО ЛЕСОПОГРУЗЧИКА С УЧЕТОМ НАКЛОНА КОРПУСА ПРИ НАБОРЕ ГРУЗА

*В статье разработаны математические модели, позволяющие определять и исследовать нагруженность технологического оборудования лесопогрузчика с учетом влияния конструктивных и эксплуатационных факторов (угловая скорость вращения стрелы, масса груза, угол наклона лесопогрузчика в продольно-вертикальной плоскости).*

**Ключевые слова:** лесопогрузчики гусеничные, лесопромышленные тракторы, технологическое оборудование, динамические нагрузки, математическая модель.

V.F. Poletaikin, S.Yu. Guskov

### MATHEMATICAL MODELS OF THE CHANGEOVER LOGGER WORK TAKING INTO ACCOUNT THE BODY INCLINATION IN THE FREIGHT GAIN

*The mathematical models allowing to define and research the loading of the logger technological equipment taking into account the influence of the constructional and operational factors (angular speed of the lift arm rotation, mass of freight, the logger tilt angle in the longitudinal-vertical plane) are developed in the article.*

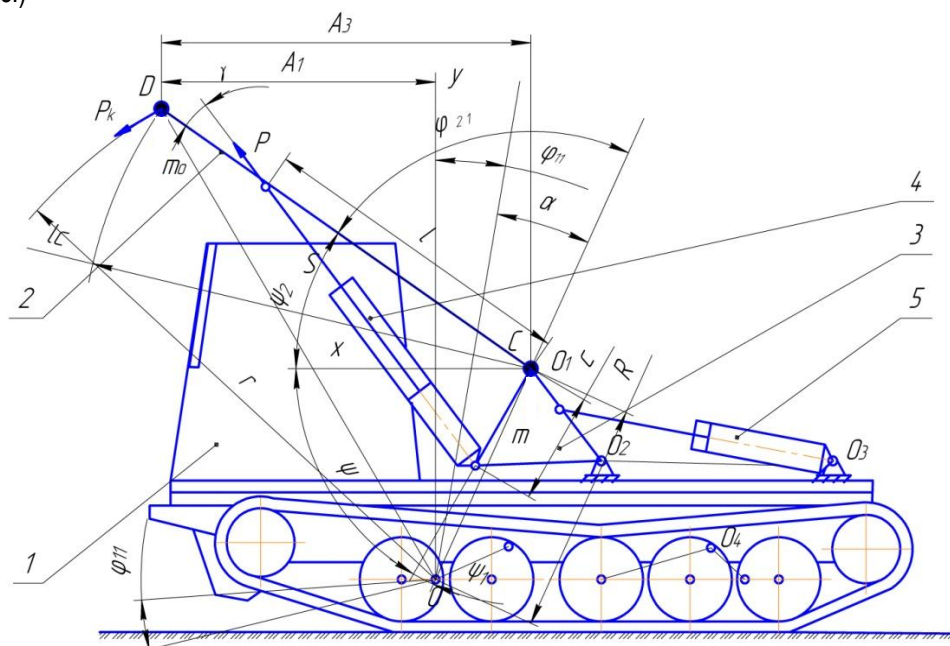
**Key words:** caterpillar loggers, timber industry tractors, technological equipment, dynamic loadings, mathematical model.

**Введение.** При наборе груза и перемещении его в транспортное положение в связи с недостаточной продольной устойчивостью лесопогрузчик наклоняется вперед до соприкосновения специальных упоров, установленных на корпусе машины, с опорной поверхностью. Угол наклона корпуса базовых машин ТТ– 4М и ТЛТ–100 при этом составляет соответственно 9° и 11°. При этом задние балансирные каретки полностью отрываются от опорной поверхности. В таком положении происходит подъем груза до того момента, когда опрокидывающий момент от груза будет равен удерживающему моменту лесопогрузчика.

При дальнейшем подъеме происходит одновременное перемещение груза вокруг оси вращения стрелы и вращение лесопогрузчика с грузом относительно оси передней балансирной каретки до тех пор, пока задние балансирные каретки лесопогрузчика не встанут на грунт. В момент соударения задней части гусениц с опорной поверхностью лесопогрузчик резко перестает вращаться относительно оси переднего балансира, а груз продолжает вращение относительно оси поворота стрелы.

Это обуславливает возникновение дополнительных нагрузок как на технологическое оборудование, так и на ходовую систему базового трактора. Величина этих нагрузок зависит от массы груза, скорости его перемещения, свойств опорной поверхности погрузочной площадки, а также параметров кинематики и гидросистемы технологического оборудования

Для моделирования работы системы и определения величины возникающих динамических нагрузок в данном режиме необходимо составить расчетную схему и систему уравнений движения технологического оборудования и груза с учетом числа степеней свободы системы «базовый трактор – технологическое оборудование – груз», свойств груза, а также её математическую модель, описывающую движение системы (рис.)



Расчетная схема системы «базовый трактор – технологическое оборудование – груз»:  
1 – базовый трактор; 2 – стрела; 3 – поворотное основание; 4 – гидроцилиндр поворота стрелы;  
5 – гидроцилиндр поворота основания

Расчетная схема системы представлена на рисунке. Принятые обозначения при составлении расчетной схемы и уравнений движения:  $m_0$  – масса груза и подвижных частей технологического оборудования, приведенных к точке D;  $P_k$  – кориолисова сила инерции;  $P$  – усилие на штоке гидроцилиндра поворота стрелы;  $l_C$  – длина стрелы;  $S$  – длина гидроцилиндра поворота стрелы;  $m$  – масса базовой машины и неподвижных частей технологического оборудования, приведенная к оси вращения стрелы (к точке C);  $O_1, O_4$  – оси вращения, соответственно, переднего и заднего балансиров базовой машины,  $r, R$  – радиусы инерции относительно оси  $O$  соответственно масс  $m_0$  и  $m$ . Другие обозначения понятны из рисунка. Положение рассматриваемой системы в любой момент времени однозначно определяют параметры -  $\varphi_{11}, \varphi_{21}$ , которые и принимаются за координаты системы. Таким образом, система обладает двумя степенями свободы. Записываем уравнения Лагранжа второго рода:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_{11}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_{11}} = Q_{\varphi_{11}} \quad \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_{21}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_{21}} = Q_{\varphi_{21}} \quad (1)$$

где  $T$  – кинетическая энергия системы;

$\varphi_{11}, \varphi_{21}$  – перемещения центров масс (обобщенные координаты системы);

$Q_{\varphi_{11}}$  – сила, соответствующая координате  $\varphi_{11}$ ;

$Q_{\varphi_{21}}$  – сила, соответствующая координате  $\varphi_{21}$ ;

Кинетическая энергия системы:

$$T = T_1 + T_2, \quad (2)$$

где  $T_1$  – кинетическая энергия масс базового трактора и неподвижных частей технологического оборудования, приведенных в точку  $O_1$  (рис.).

$$T_1 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot R^2 \cdot \dot{\varphi}_{11}^2. \quad (3)$$

Масса груза и подвижных частей рабочего оборудования, приведенная к точке D, совершает сложное движение относительно точки O, вследствие этого её кинетическая энергия представляет собой сумму кинетических энергий переносного и относительного движения.

$T_2$  – кинетическая энергия массы груза и подвижных частей рабочего оборудования, приведенной к точке D.

$$T_2 = \frac{1}{2} (m_o \cdot V_D^2 + m_o \cdot l_C^2 \cdot \dot{\varphi}_{21}^2), \quad (4)$$

$$m_o = m_{21} + m_{30}, \quad (5)$$

где  $m_{30}$  – масса жесткого груза, приведенная к концу стрелы;

$V_D$  – абсолютная скорость точки D.

Абсолютная скорость точки D равна геометрической сумме переносной и относительной скоростей точки D.

$$V_D = \sqrt{R^2 \cdot \dot{\varphi}_{11}^2 + l_C^2 (\dot{\varphi}_{11}^2 + \dot{\varphi}_{21}^2) + 2Rl_C \dot{\varphi}_{11} \cdot (\dot{\varphi}_{11} + \dot{\varphi}_{21}) \cos \varphi_{21}}, \quad (6)$$

где  $\dot{\varphi}_{21}$  – угловая скорость массы  $m_o$ ;

$\dot{\varphi}_{11}$  – угловая скорость массы  $m$ ;

Таким образом, кинетическая энергия системы определяется по выражению:

$$T = \frac{1}{2} (m_o \cdot [R^2 \cdot \dot{\varphi}_{11}^2 + l_C^2 (\dot{\varphi}_{11} + \dot{\varphi}_{21})^2 + 2Rl_C \dot{\varphi}_{11} \cdot (\dot{\varphi}_{11} + \dot{\varphi}_{21}) \cos \varphi_{21}] + m \cdot R^2 \cdot \dot{\varphi}_{11}^2) \quad (7)$$

Откуда

$$T = \frac{1}{2} \left[ (m_o R^2 \dot{\varphi}_{11}^2 + m_o l_C^2 \dot{\varphi}_{11}^2 + 2m_o l_C^2 \dot{\varphi}_{11} \dot{\varphi}_{21} + m_o l_C^2 \dot{\varphi}_{21}^2 + 2m_o l_C R \dot{\varphi}_{11}^2 \cos \varphi_{21} + 2m_o l_C R \dot{\varphi}_{11} \dot{\varphi}_{21} \cos \varphi_{21} + m_o l_C^2 \dot{\varphi}_{21}^2) + m R^2 \dot{\varphi}_{11}^2 \right] \quad (8)$$

Из выражения (8) следует, что кинетическая энергия системы зависит от обобщенных скоростей  $\dot{\varphi}_{11}, \dot{\varphi}_{21}$ , а также от обобщенной координаты  $\varphi_{21}$ , т.е. от положения стрелы с грузом при её перемещении относительно оси вращения  $O_1$ . Получим частные производные от выражения кинетической энергии (8) в соответствии с уравнениями Лагранжа:

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi_{11}} = 0$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_{11}} = m_o R^2 \dot{\varphi}_{11} + m_o l_C^2 \dot{\varphi}_{11} + m_o l_C^2 \dot{\varphi}_{21} + 2m_o l_C R \dot{\varphi}_{11} \cos \varphi_{21} + m_o l_C R \dot{\varphi}_{21} \cos \varphi_{21} + m R^2 \dot{\varphi}_{11}$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_{11}} \right) = m_o R^2 \ddot{\varphi}_{11} + m_o l_C^2 \ddot{\varphi}_{11} + m_o l_C^2 \ddot{\varphi}_{21} + 2m_o l_C R \ddot{\varphi}_{11} \cos \varphi_{21} -$$

$$- 2m_o l_C R \dot{\varphi}_{11} \dot{\varphi}_{21} \sin \varphi_{21} + m_o l_C R \ddot{\varphi}_{21} \cos \varphi_{21} - m_o l_C R \dot{\varphi}_{21} \dot{\varphi}_{21} \sin \varphi_{21} + m R^2 \ddot{\varphi}_{11}$$

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi_{21}} = -m_o l_C R \dot{\varphi}_{11}^2 \sin \varphi_{21} - m_o l_C R \dot{\varphi}_{11} \dot{\varphi}_{21} \sin \varphi_{21}$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_{21}} = m_o l_C^2 \dot{\varphi}_{11} + m_o l_C^2 \dot{\varphi}_{21} + m_o l_C R \dot{\varphi}_{11} \cos \varphi_{21} + m_o l_C^2 \dot{\varphi}_{21}$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_{21}} \right) = m_o l_C^2 \ddot{\varphi}_{11} + 2m_o l_C^2 \ddot{\varphi}_{21} + m_o l_C R \ddot{\varphi}_{11} \cos \varphi_{21} - m_o l_C R \dot{\varphi}_{11} \dot{\varphi}_{21} \sin \varphi_{21}$$

Определение обобщенных сил, соответствующих обобщенным координатам системы. Для определения обобщенных сил  $Q_{\varphi 11}$  и  $Q_{\varphi 21}$ , соответствующих обобщенным координатам  $\varphi_{11}$  и  $\varphi_{21}$ , применим принцип возможных перемещений. Определим работу сил на перемещениях  $\delta \varphi_{11}$  и  $\delta \varphi_{21}$  координат  $\varphi_{11}$  и  $\varphi_{21}$ . На систему действуют задаваемые силы: вес подвижных частей технологического оборудования и груза, приведенные к концу стрелы (рис., точка D), вес неподвижных частей технологического оборудования и базовой машины, приведенные к оси вращения стрелы ( $O_1$ ), а также усилия на штоках гидроцилиндров подъема стрелы P. К заданным силам относится также кориолисова сила инерции. Возникновение кориолисовой силы инерции объясняется тем, что переносное движение в рассматриваемом режиме является вращательным (вращение точки C относительно точки O), а при вращательном относительном движении стрелы с грузом возникает поступательное движение центра масс груза и подвижных частей технологического оборудования, приведенного к оси вращения захвата относительно оси передней балансирной каретки базовой машины. Составим сумму элементарных работ задаваемых сил для относительного движения стрелы с грузом на возможном перемещении  $\delta \varphi_{21}$ . В эту сумму входит работа веса груза и подвижных частей технологического оборудования, приведенного к концу стрелы, вес неподвижных частей технологического оборудования и базовой машины, приведенный к оси вращения стрелы, а также работа кориолисовой силы инерции.

$$\delta A_{\varphi 21} = Q_{\varphi 21} \cdot \delta \varphi_{21}, \quad (9)$$

$$Q_{\varphi 21} = m_o \cdot g \cdot A_3 - P \cdot l \cdot \left[ 1 - \left( \frac{2l^2 - 2lc \cos(180 - \psi - \psi_1 - \varphi_{21})}{2lS} \right)^2 \right]^{0,5}. \quad (10)$$

В соответствии с правилом Жуковского кориолисово ускорение направлено в сторону переносного вращения, а кориолисова сила инерции по касательной в противоположную сторону.

Кориолисова сила инерции может быть определена по выражению:

$$P_K = 2m_i \dot{\varphi} \dot{s} \sin(\dot{\varphi} \wedge \dot{s}), \quad (11)$$

где  $m_i$  – масса движущегося элемента;

$\dot{\varphi}$  – угловая скорость переносного движения;

$\dot{s}$  – скорость поступательного движения;

$\sin(\dot{\varphi} \wedge \dot{s})$  – синус угла между направлениями векторов угловой скорости и скорости поступательного движения.

Таким образом, кориолисова сила инерции масс элементов конструкции повышает нагруженность системы и при определении обобщенных сил, соответствующих обобщенным координатам, её необходимо учитывать.

Скорость поступательного движения центра масс груза и подвижных частей технологического оборудования (рис.):

$$\dot{s} = \frac{\dot{\varphi}_{21} \cdot l_C \cdot \sin(180 - \varphi_{21})}{\sqrt{l_C^2 + R^2 - 2l_C R \cos(180 - \varphi_{21})}}. \quad (12)$$

Кориолисова сила инерции:

$$P_K = 2m_o \cdot \dot{\varphi}_{11} \cdot \frac{\dot{\varphi}_{21} \cdot l_C \cdot \sin(180 - \varphi_{21})}{\sqrt{l_C^2 + R^2 - 2l_C R \cos(180 - \varphi_{21})}}. \quad (13)$$

Работа на перемещении  $\delta\varphi_{11}$ :

$$\delta A_{\varphi_{11}} = Q_{\varphi_{11}} \cdot \delta\varphi_{11}, \quad (14)$$

$$Q_{\varphi_{11}} = m_o \cdot g \cdot A_1 - m_o \cdot g \cdot (A_3 - A_1) + 2m_o \cdot \dot{\varphi}_{11} \cdot \frac{\dot{\varphi}_{21} \cdot l_C \cdot \sin(180 - \varphi_{21})}{\sqrt{l_C^2 + R^2 - 2l_C R \cos(180 - \varphi_{21})}} \cdot r. \quad (15)$$

Найденные выражения производных и правых частей (10), (15) подставим в уравнение Лагранжа и после преобразований, получим систему уравнений:

$$\left\{ \begin{aligned} & m_o R^2 \ddot{\varphi}_{11} + m_o l_C^2 \ddot{\varphi}_{11} + m_o l_C^2 \ddot{\varphi}_{21} + 2m_o l_C R \ddot{\varphi}_{11} \cos \varphi_{21} - \\ & - 2m_o l_C R \dot{\varphi}_{11} \dot{\varphi}_{21} \sin \varphi_{21} + m_o l_C R \ddot{\varphi}_{21} \cos \varphi_{21} - m_o l_C R \dot{\varphi}_{21} \dot{\varphi}_{21} \sin \varphi_{21} + \\ & + m R^2 \ddot{\varphi}_{11} = m_o \cdot g \cdot A_1 - m_o \cdot g \cdot (A_3 - A_1) + \\ & + 2m_o \cdot \dot{\varphi}_{11} \cdot \frac{\dot{\varphi}_{21} \cdot l_C \cdot \sin(180 - \varphi_{21})}{\sqrt{l_C^2 + R^2 - 2l_C R \cos(180 - \varphi_{21})}} \cdot r \\ & m_o l_C^2 \ddot{\varphi}_{11} + 2m_o l_C^2 \ddot{\varphi}_{21} + m_o l_C R \ddot{\varphi}_{11} \cos \varphi_{21} - m_o l_C R \dot{\varphi}_{11} \dot{\varphi}_{21} \sin \varphi_{21} + \\ & + m_o l_C R \dot{\varphi}_{11}^2 \sin \varphi_{21} + m_o l_C R \dot{\varphi}_{11} \dot{\varphi}_{21} \sin \varphi_{21} = m_o \cdot g \cdot A_3 - \\ & - P \cdot l \cdot \left[ 1 - \left( \frac{2l^2 - 2lc \cos(180 - \psi - \psi_1 - \varphi_{21})}{2lS} \right)^2 \right]^{0.5} \end{aligned} \right. \quad (16)$$

Уравнение (16) описывает движение приведенных масс в системе «базовый трактор – технологическое оборудование – груз», решая которые, можно получить данные о динамических нагрузках, возникающих в элементах конструкции лесопогрузчиков с жесткой и жестко балансирующей подвеской корпуса базовой машины в зависимости от конструктивных и эксплуатационных факторов.

**Заключение.** Из уравнения (16) следует, что работа лесопогрузчика перекидного типа с изменяющимся центром вращения технологического оборудования и груза имеет отличительные особенности:

1. При перемещении технологического оборудования из положения набора в транспортное положение на первом этапе движения происходит вращение груза со стрелой относительно оси вращения стрелы при наклонном положении машины до достижения равенства удерживающего и опрокидывающего моментов от сил тяжести машины и груза.

2. После превышения величины момента от силы тяжести машины (удерживающего момента) величины момента от силы тяжести груза (опрокидывающего момента) происходит одновременное вращение груза относительно оси вращения стрелы и всей машины относительно оси балансира передней каретки до соударения задней каретки с опорной поверхностью.

3. Разработанная математическая модель одновременного перемещения груза вокруг оси вращения стрелы и вращения корпуса лесопогрузчика относительно оси передней балансирующей каретки трактора позволяет проводить исследования нагруженности элементов конструкции лесопогрузчика с учетом ряда конструктивных и эксплуатационных факторов (угловой скорости стрелы и корпуса, величины массы груза, параметров кинематической и гидравлической схем и других), выполнять оптимизацию параметров кинематики технологического оборудования на стадии проектирования.

### Литература

1. Полетайкин В.Ф. Прикладная механика лесных подъемно-транспортных машин: монография. – Красноярск: Изд-во СибГТУ, 2010. 247 с.
2. Гасымов Г.Ш., Александров В.А. Нагрузки в элементах конструкции валочно – пакетирующих машин: монография. – СПб.: Изд-во Политех. ун-та, 2009. – 155 с.
3. Редькин А.К. Основы моделирования и оптимизации процессов лесозаготовок. – М.: Лесн. пром-сть, 1988. – 256 с.



УДК 621.929:62-137

Д.М. Бородулин, С.А. Ратников, А.С. Козымаев  
Е.А. Андрюшкова, Д.И. Киселев

### МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ МАТЕРИАЛЬНЫХ ПОТОКОВ В ЦЕНТРОБЕЖНО-ШНЕКОВОМ СМЕСИТЕЛЕ

В статье представлен математический процесс смешивания дисперсных материалов с использованием корреляционного анализа, на основе которого получены численные значения сглаживающей способности центробежно-шнекового смесителя. Реализация математической модели показала, что на однородность материальных потоков в смесителе большое влияние оказывает организация опережающих потоков в рабочей камере смесителя.

**Ключевые слова:** смешивание дисперсных материалов, центробежно-шнековый смеситель.

D.M. Borodulin, S.A. Ratnikov, A.S. Kozymayev,  
E.A. Andryushkova, D.I. Kiselyov

### MODELLING OF THE MATERIAL STREAM MOVEMENT IN THE CENTRIFUGAL-AUGER MIXER

The mathematical process of the disperse material mixing with the use of the correlation analysis on the basis of which the numerical values of the centrifugal-auger mixer smoothing ability are received is presented in the article. The mathematical model realization showed that the organization of the advancing streams in the working camera of the mixer has a great influence on the uniformity of material streams in the mixer.

**Key words:** mixing of disperse materials, centrifugal-auger mixer.

---

**Введение.** При производстве комбинированных продуктов питания и различных композиционных материалов в пищевой и других отраслях промышленности требуется получать высококачественные смеси с небольшим количеством вносимых добавок. Равномерное распределение частиц компонентов по объему сыпучей массы значительно сложнее, чем получение жидких и пастообразных смесей. Поэтому основной проблемой является создание благоприятных условий для взаимного перемещения частиц сыпучих компонентов относительно друг друга. Кроме этого, часто необходимо учитывать еще ряд факторов, которые создают дополнительные сложности процессу смешивания (например, различие гранулометрических составов и других физико-механических характеристик компонентов смеси). Для решения этой проблемы нами раз-