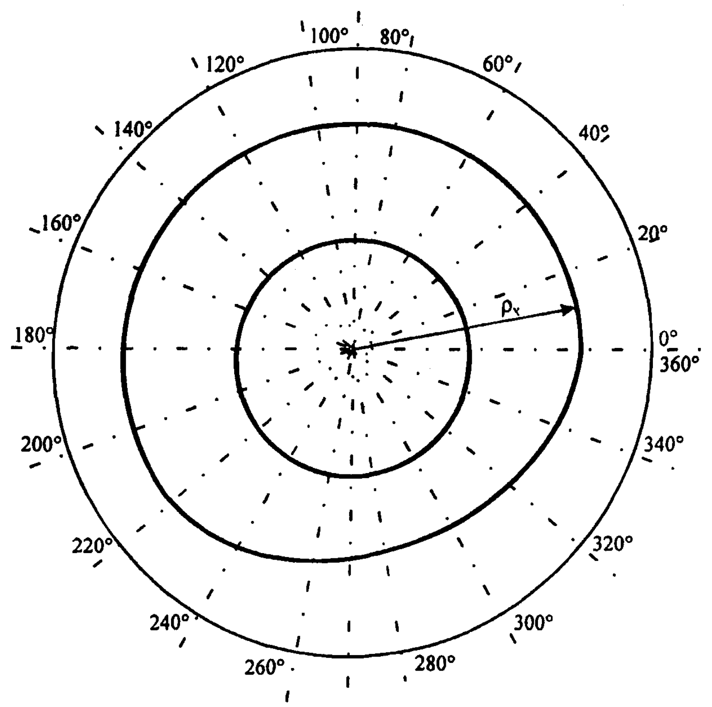

Рис. 2 Кулак врезания (разворота шлифовального круга) станка ЛЗ-250

Литература

1. *Шамраев В.Н., Скоморощенко С.И., Курмачев Ю.Ф.* Методика проектирования и изготовления ручья калибров станов ХПТ. Технологическая рекомендация. – М.: ВИЛС, 1985. – 31 с.
2. *Волков Е.А.* Численные методы. – М.: Наука, 1982. – 254 с.
3. *Дьяченко В.Ф.* Основные понятия вычислительной математики. – М.: Наука, 1977. – 126 с.

УДК 631.535.2

А.В. Лапко, В.А. Лапко, Г.И. Цугленок

НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ КОЛЛЕКТИВЫ В ЗАДАЧЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ЭФФЕКТИВНЫХ РЕЖИМОВ ЭЛЕТРОТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Процесс производства сельскохозяйственных культур можно представить в виде иерархической структуры, уровни которой составляют следующие технологии: предпосевная подготовка семян и их посев; развитие культур и уборка; отбор семенного материала и его хранение. Причем этап развития также характеризуется линейной структурой, отражающей динамику роста и созревания культур.

Показатели эффективности y_j каждого j-го этапа рассматриваемого процесса определяются его технологическими параметрами z_j, внешними условиями u_j и результатами предыдущих этапов y_i, $i=\overline{1,j-1}$.

Например, при высокочастотной технологии предпосевной обработки семян зерновых культур [1] основными показателями эффективности y_1 являются энергия прорастания, всхожесть, температура массы семян после обработки; к технологическим параметрам z_1 относятся частота электромагнитного поля, экспозиция обработки, период «обработка – посев», норма высева; к характеристикам внешних условий u_1 - показатели качества семенного материала перед высокочастотной обработкой, параметры почв посевных площадей, температура окружающей среды и количество осадков в послепосевной период.

Обобщенным показателем эффективности процесса производства сельскохозяйственных культур служит урожайность y_2, которая зависит не только от условий их развития $(z_2,\ u_2)$, но и от показателей y_1 этапа предпосевной подготовки и посадки культур.

Поэтому условно зависимость между входными и выходными переменными изучаемого процесса можно представить в виде $y_2 = \varphi_2(z_2, u_2, y_1)$, $y_1 = \varphi_1(z_1, u_1)$. (1)

Для решения задач прогнозирования урожайности и выбора рациональных параметров развития сельскохозяйственных культур необходимо знание моделей зависимости (1). Исходная информация при этом сосредоточена в статистических данных $\left(z_1^i, z_2^i, u_1^i, u_2^i,\ i=\overline{1,n}\right)$, полученных в ходе экспериментальных работ либо в процессе производства сельскохозяйственных культур на n площадях. Обычно объем выборки n ограничен, что при большой размерности аргументов $x = (z_1, z_2, u_1, u_2)$ функции (1) затрудняет построение ее модели на основе традиционных подходов.

Последовательные процедуры принятия решений являются эффективным направлением обхода проблем сложности и неопределенности при моделировании и оптимизации систем, что достигается путем разбиения исходной задачи на ряд взаимосвязанных более простых задач. Такая схема используется, например, в методе динамического программирования и методе группового учета аргументов (МГУА) [2].

С позиции последовательных процедур принятия решений предполагается использование статистических моделей систем с линейной структурой, представляющих собой последовательность непараметрических регрессий. Особенность подобной непараметрической модели коллективного типа заключается в формировании ее показателя эффективности в виде нелинейного функционала от количественных характеристик аппроксимационных свойств непараметрических регрессий.

Исследования выполнялись в рамках гранта Министерства образования Российской Федерации по фундаментальным исследованиям в области естественных и точных наук Е00-2.0-69.

Непараметрические модели статических систем с линейной структурой

Рассмотрим систему, элементы которой соединены последовательно (рис. 1).

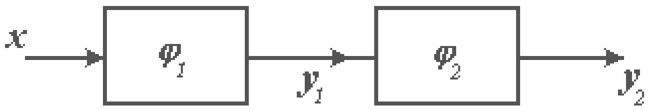

Рис. 1 Вид системы с линейной структурой

Без потери общности пусть взаимосвязь между переменными системы описывается зависимостью

$$y_2 = \Psi(x) = \varphi_2(\varphi_1(x)), \tag{2}$$

где $y_2 = \varphi_2(y_1)$, $y_1 = \varphi_1(x)$ априори неизвестные преобразования. (3)

априори неизвестные преобразования.

Исходную информацию составляют обучающие выборки

$$V_1 = \left(x^i, y_1^i,\ i=\overline{1,n_1}\right), \qquad V_2 = \left(y_1^i, y_2^i,\ i=\overline{1,n_2}\right).$$

Для построения модели изучаемой системы $\bar{\bar{y}}_2 = \bar{\varphi}_2(\bar{\varphi}_1(x))$ (4)

воспользуемся непараметрическими регрессиями при аппроксимации зависимостей (3):

$$\bar{y}_2(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n_2} y_2^i\, \Phi\left(\frac{\bar{y}_1(x) - y_1^i}{c_1}\right)}{\sum_{i=1}^{n_2} \Phi\left(\frac{\bar{y}_1(x) - y_1^i}{c_1}\right)}, \qquad \bar{y}_1(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} y_1^i\, \beta_i(x)}{\sum_{i=1}^{n_1} \beta_i(x)},$$

где $\beta_i(x) = \prod_{v=1}^{k} \Phi\left(\frac{x_v - x_v^i}{c_v}\right)$; $\Phi(\cdot)$ - ядерные функции, удовлетворяющие условиям положительности, нормированности и симметричности [3]:

$\Phi(u)=\Phi(-u)$, $\quad 0 \le \Phi(u) < \infty$, $\quad \int \Phi(u)du = 1$, $\quad \int u^2\Phi(u)\,du = 1$,

$\int u^k \Phi(u)\,du < \infty$, $\quad 0 \le k < \infty$.

Здесь и в дальнейшем бесконечные пределы интегрирования опускаются.

Оптимизация нелинейного непараметрического коллектива (4) осуществляется путем последовательного выбора параметров размытости $c_v,\ v=\overline{1,k}$ и c_1 из условия минимума соответственно эмпирических критериев $\sum_{j=1}^{n_1}\left(y_1^j - \bar{y}_1(x^j)\right)^2$, $\sum_{j=1}^{n_2}\left(y_2^j - \bar{y}_2(x^j)\right)^2$ в режиме скользящего экзамена.

Асимптотическая несмещенность и состоятельность непараметрической модели коллективного типа при $x \in R^1$ следует из следующего утверждения.

Теорема 1. Пусть *1) функции* $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(y_1)$ *и плотности вероятности* $p(x)$, $p(x, y_1)$, $p_2(y_1)$, $p_2(y_1, y_2)$ *ограничены вместе со своими производными до второго порядка включительно; причем* $\varphi_2(y_1)$ *и* $p_2(y_1)$ *липшицируемы с некоторой ограниченной константой; 2) ядерные функции Ф(и) являются положительными, симметричными и нормированными при* $\int u^m \Phi(u)\,du < \infty \quad \forall\ m < \infty$*; 3) последовательности* $c_1(n_1) \to 0$, $c_2(n_2) \to 0$ *при* $n_1 \to \infty$, $n_2 \to \infty$*, а* $n_1 c_1 \to \infty$, $n_2 c_2 \to \infty$. Тогда:

смещение

$$M\left(\varphi_2(\varphi_1(x)) - \bar{\varphi}_2(\bar{\varphi}_1(x))\right) = M\left(\varphi_2(\varphi_1(x)) - \bar{\varphi}_2(\varphi_1(x))\right) + M\left(\bar{\varphi}_2(\varphi_1(x)) - \bar{\varphi}_2(\bar{\varphi}_1(x))\right) \approx$$
$$\approx c_2^2 A_2(x, y_1) + c_1^2 A_1(x, y_1) + O\left(c_1^2 c_2^2, c_1^4, c_2^4\right); \tag{5}$$

квадратическое отклонение

$$M\left(\varphi_2(\varphi_1(x)) - \bar{\varphi}_2(\bar{\varphi}_1(x))\right)^2 \le \left[\left(M\left(\varphi_2(\varphi_1(x)) - \bar{\varphi}_2(\varphi_1(x))\right)^2\right)^{1/2}\left(M\left(\bar{\varphi}_2(\varphi_1(x)) - \bar{\varphi}_2(\bar{\varphi}_1(x))\right)^2\right)^{1/2}\right]^2 \sim$$

$$\sim \left[\left(\frac{2\|\Phi(u)\|^2 \varphi_2^2(y_1)}{n_2 c_2 p_2(y_1)}\right)^{1/2} + \left(4p_2^{-2}(y_1)\beta_3^2\beta_4^2\left(1+\frac{c_2}{2}\right)^4\left[\frac{\varphi_1^2(x)\|\Phi(u)\|^2}{n_1 c_1 p_1(x)} + \frac{c_1^4\left[\left(\varphi_1(x)p_1(x)\right)^{(2)}\right]^2}{4p_1^2(x)}\right]\right)^{1/2}\right]^2. \tag{6}$$

В выражении (5) $A_j(x, y_j)$, $j=1,2$ – ограниченные функционалы от восстанавливаемых функций $\varphi_j(x)$, $j=1,2$, плотностей вероятности $p_1(x)$, $p_2(y_1)$ и их производных до второго порядка включительно. Параметры β_3, β_4 являются также ограниченными величинами.

Нетрудно заметить, что при $n_1 c_1 \to \infty$, $n_2 c_2 \to \infty$, $c_1 \to 0$, $c_2 \to 0$ в условиях $n_1 \to \infty$, $n_2 \to \infty$ непараметрическая оценка $\bar{\varphi}_2(\bar{\varphi}_1(x))$ обладает свойствами сходимости в среднеквадратическом, а с учетом ее асимптотической несмещенности является состоятельной.

Подставляя оптимальные значения $c_1 = \beta_5 / n_1^{1/5}$, $c_2 = \beta_6 / n_2^{1/5}$ в ограничение асимптотического выражения квадратического критерия, можно определить порядок сходимости $O\left(\max\left(n_1^{-4/5}, n_2^{-4/5}\right)\right)$ исследуемой статистики.

Непараметрические модели стохастических зависимостей, основанные на методе группового учета аргументов

Метод группового учета аргументов (МГУА) является эффективным средством восстановления стохастических зависимостей в условиях малых выборок. Идея метода заключается в построении последовательности моделей [2]: $\bar{y}_j = \bar{\varphi}_j(x_j, \bar{y}_{j-1}), i = \overline{1,m}$, (7)

где x_j – ранее не используемая в моделях $\bar{y}_t, t = \overline{1, j-1}$ компонента вектора аргументов $x = (x_j, ..., x_k)$, обеспечивающая в наборе с $\bar{y}_{j-1}$ минимальное расхождение значений $\bar{y}_j$ с экспериментальными данными. На каждом этапе процедуры (7) искомая зависимость оценивается в пространстве двух переменных $(x_j, \bar{y}_{j-1})$, что возможно на основании ограниченного объема статистической информации.

С этих позиций построим непараметрическую модель стохастической зависимости $y = \varphi(x)$ с учетом ее частичного описания $\bar{y}_1 = F(\bar{x}_1, \bar{\alpha})$. Предварительно сформируем обучающую выборку

$V = (x_1^i, \bar{y}_1^i = F(\bar{x}_1^i, \bar{\alpha}), y^i, i = \overline{1,n})$.

Принимая в качестве оптимального правила условное математическое ожидание, построим непараметрическую регрессию

$$\bar{\bar{y}}(x) = \sum_{i=1}^{n} y^i \beta_i(x), \tag{8}$$

где
$$\beta_i(x) = \frac{\prod_{\nu=1}^{k1} \Phi\left(\frac{x_{1\nu} - x_{1\nu}^i}{c_\nu}\right) \Phi\left(\frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_1^i}{c}\right)}{\sum_{i=1}^{n} \prod_{\nu=1}^{k1} \Phi\left(\frac{x_{1\nu} - x_{1\nu}^i}{c_\nu}\right) \Phi\left(\frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_1^i}{c}\right)}.$$

При оценивании зависимости в ситуациях $x = (x_1, \bar{x}_1)$ сначала вычисляется $\bar{y}_1 = F(\bar{x}_1, \bar{\alpha})$, а затем по данным $(x_1, \bar{y}_1)$ в соответствии со статистикой (8) определяется $\bar{\bar{y}}(x)$.

Асимптотические свойства модели. Пусть 1) частичные сведения $\bar{y}_1 = F(\bar{x}_1, \bar{\alpha})$ восстанавливаемой зависимости $y = \varphi(x)$ принадлежат к классу линейных полиномов; 2) функция $y = \varphi(x)$ и плотности вероятностей $p(x)$, $p(x, y)$ ограничены вместе со своими производными до второго порядка включительно; 3) ядерные функции $\Phi(u)$ являются положительными, симметричными и нормированными; 4) последовательности $c_\nu(n), \nu = \overline{1,k}, c(n)$ таковы, что при $n \to \infty$ значения $c_\nu(n), \nu = \overline{1,k}, c(n)$ стремятся к нулю, а $n \prod_{\nu=1}^{k} c_\nu \to \infty$. Тогда гибридная модель (8) обладает свойством асимптотической несмещенности.

Представим модель (8) при $k1 = 1$ в виде:

$$\bar{\bar{y}}(x) = \frac{(nc_1c)^{-1} \sum_{i=1}^{n} y^i \Phi\left(\frac{x_{1\nu} - x_1^i}{c_1}\right) \Phi\left(\frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_1^i}{c}\right)}{(nc_1c)^{-1} \sum_{i=1}^{n} \Phi\left(\frac{x_{1\nu} - x_1^i}{c_1}\right) \Phi\left(\frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_1^i}{c}\right)} = \frac{\bar{z}_1(x)}{\bar{z}_2(x)}. \tag{9}$$

Проведем преобразования:

$$M \frac{\bar{z}_1(x)}{\bar{z}_2(x)} = M\left[\frac{\bar{z}_1(x)}{M\bar{z}_2(x)} + \frac{\bar{z}_1(x)}{\bar{z}_2(x) \cdot M\bar{z}_2(x)} \left(M\bar{z}_2(x) - \bar{z}_2(x)\right)\right]. \tag{10}$$

Ввиду ограниченности значений $\bar{\bar{y}}(x) = \frac{\bar{z}_1(x)}{\bar{z}_2(x)}$ и $M(\bar{z}_2(x))$ свойства статистики (9) зависят от асимптотического поведения $M(\bar{z}_1(x))$, $M(\bar{z}_2(x))$. Вычислим

$$M(\bar{z}_2(x)) = (nc_1c)^{-1} \sum_{i=1}^{n} \int \ldots \int \Phi\left(\frac{x_1 - x_1^i}{c_1}\right) \Phi\left(\sum_{\nu=1}^{k2} \alpha_\nu \frac{\bar{x}_{1\nu} - \bar{x}_{1\nu}^i}{c}\right) p\left(x_1^i, \bar{x}_{1\nu}^i, \nu = \overline{1,k2}\right) dx_1^i d\bar{x}_{1\nu} \ldots d\bar{x}_{1k2} =$$

$$= (c_1c)^{-1} \int \ldots \int \Phi\left(\frac{x_1 - t}{c_1}\right) \Phi\left(\sum_{\nu=1}^{k2} \frac{\alpha_\nu}{c} (\bar{x}_{1\nu} - t_\nu)\right) p\left(t, t_\nu, \nu = \overline{1,k2}\right) dt dt_1 \ldots dt_{k2}.$$

Проведя замену переменных, $u = \frac{(x_1 - t)}{c_1}$, $u_\nu = \frac{\alpha_\nu (\bar{x}_{1\nu} - t_\nu)}{c}$, получим

$$M(\bar{z}_2(x)) = \frac{c^{k2-1}}{\prod_{\nu=1}^{k2} \alpha_\nu} \int \ldots \int \Phi(u) \Phi\left(\sum_{\nu=1}^{k2} u_\nu\right) p\left(x_1 - c_1 u, \bar{x}_{1\nu} - \frac{c}{\alpha_\nu} u_\nu, \nu = \overline{1,k2}\right) du du_1 \ldots du_{k2}. \tag{11}$$

Разложим функцию p(·) в ряд Тейлора в точке $x=\left(x_1, x_{1\nu}, \nu=\overline{1,k2}\right)$ и преобразуем (11) с учетом свойств:

$$\frac{1}{2(k2-1)}\int_{-1}^{1}\ldots\int_{-1}^{1}\Phi\left(\sum_{\nu=1}^{k2}u_\nu\right)du_1\ldots du_{k2}=1, \qquad \frac{1}{2(k2-1)}\int_{-1}^{1}\ldots\int_{-1}^{1}u_t\Phi\left(\sum_{\nu=1}^{k2}u_\nu\right)du_1\ldots du_{k2}=0, t=\overline{1,k2},$$

$$\frac{1}{2(k2-1)}\int_{-1}^{1}\ldots\int_{-1}^{1}u_t^2\cdot\Phi\left(\sum_{\nu=1}^{k2}u_\nu\right)du_1\ldots du_{k2}<\beta^2, \nu=\overline{1,k2}.$$

В результате при $n\to\infty$ имеем

$$M(\bar{z}_2(x))\sim\frac{c^{k2-1}}{\prod_{\nu=1}^{k2}\alpha_\nu}\left[p\left(x_1, x_{1\nu}, \nu=\overline{1,k2}\right)+\frac{c_1^2\int u^2\Phi(u)du}{2}p_{x_1}^{(2)}(x)+c^2\beta^2\sum_{\nu=1}^{k2}\frac{1}{\alpha_\nu^2}p_\nu^{(2)}\left(x_1^i, \bar{x}_{1\nu}^i, \nu=\overline{1,k2}\right)+0\left(c^4\right)\right]. \quad (12)$$

Следуя приведенной технологии вычислений, найдем асимптотическое выражение

$$M(\bar{\bar{z}}_1(x))=\left(nc_1c\right)^{-1}\sum_{i=1}^{n}\int\ldots\int y^i\Phi\left(\frac{x_1-x_1^i}{c_1}\right)\Phi\left(\sum_{\nu=1}^{k2}\alpha_\nu\frac{\bar{x}_{1\nu}-\bar{x}_{1\nu}^i}{c}\right)p\left(y^i, x_1^i, \bar{x}_{1\nu}^i, \nu=\overline{1,k2}\right)dy^i dx_1^i d\bar{x}_{1\nu}^i\ldots d\bar{x}_{k2\nu}=$$

$$=\frac{c^{k2-1}}{\prod_{\nu=1}^{k2}\alpha_\nu}\int\ldots\int\varphi\left(x_1-c_1u, \bar{x}_{1\nu}-\frac{c}{\alpha_\nu}u_\nu, \nu=\overline{1,k2}\right)\Phi(u)\Phi\left(\sum_{\nu=1}^{k2}u_\nu\right)p\left(x_1-c_1u, \bar{x}_{1\nu}-\frac{c}{\alpha_\nu}u_\nu, \nu=\overline{1,k2}\right)du du_1\ldots du_{k2}\sim$$

$$\sim\frac{c^{k2-1}}{\prod_{\nu=1}^{k2}\alpha_\nu}\Bigg[\varphi(x)p(x)+\frac{c_1^2}{2}\left(\varphi(x)p_1^{(1)}(x)+2\varphi_1^{(1)}(x)p_1^{(1)}(x)+\varphi_1^{(2)}(x)p(x)+\right.$$

$$\left.+\frac{c^2\beta^2}{2}\sum_{\nu=1}^{k2}\frac{1}{\alpha_\nu^2}\left(\varphi(x)p_\nu^{(2)}(x)+\varphi_\nu^{(1)}(x)p_\nu^{(1)}(x)+p(x)\varphi_\nu^{(2)}(x)\right)+0\left(c_1^2c_\nu^2, \nu=\overline{1,k2}, c_1^4c_\nu^4, \nu=\overline{1,k2}\right)\right)\Bigg]. \quad (13)$$

Подставим выражения (12) и (13) в (10), получим:

$$M\left(\bar{\bar{y}}(x)\right)\sim M\frac{\bar{\bar{z}}_1(x)}{\bar{\bar{z}}_2(x)}\sim\frac{\varphi(x)p(x)+c_1^2A_1(x)+c^2B_1(x,\alpha)}{p(x)+c_1A_2(x)+c^2B_2(x,\alpha)}. \quad (14)$$

Из анализа выражения (14) следует, что при $c_1=c_1(n)\to 0$, $c=c(n)\to 0$, с ростом $n\to\infty$ изучаемая статистика (8) обладает свойством асимптотической несмещенности.

Таким образом, полученные результаты исследований развивают метод группового учета аргументов. Впервые аналитически обоснована возможность частичного сжатия пространства признаков непараметрической регрессии на основе линейных преобразований без существенной потери полезной информации.

Перспективным направлением дальнейших исследований является изучение свойств непараметрических моделей, использующих различные типы преобразований исходного пространства признаков.

Литература

1. *Цугленок Н.В.* Обеззараживание и подготовка семян к посеву // Механизация и электрификация сельского хозяйства. – 1984. – №4. – С. 44-45.
2. *Ивахненко А.Г., Чаинская В.А., Ивахненко Н.А.* Непараметрический комбинаторный алгоритм МГУА на операторах поиска аналогов // Автоматика. – 1990. – № 5. – С. 14-27.
3. *Лапко А.В., Цугленок Н.В., Цугленок Г.И.* Имитационные модели пространственно распределенных экологических систем. – Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние РАН, 1999. – 192 с.